Električna mjerenja
(pomoćni materijal za predavanja)

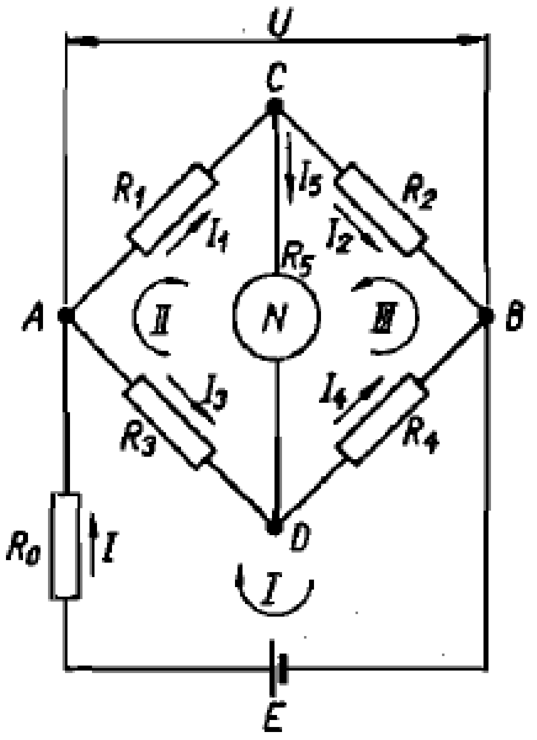
Univerzitet Crne Gore

Elektrotehnički fakultet

Wheatstone-ov most za jednosmjernu struju

- Wheatstoneov most se koristi za pogonska i laboratorijska mjerenja otpora srednjih i visokih vrijednosti
- Grane mosta sastoje se od otpora R_1 do R_4, kroz koje protiču struje od I_1 do I_4
- Obzirom da jačine prethodno opisanih struja zavise od otpora u njihovim granama, određenom kombinacijom otpora se može postići da struja I_5=0 čime se most dovodi u stanje ravnoteže
- Tada važi da su naponi na otpornicima R_1 i R_3, kao i na otpornicima R_2 i R_4 jednaki:

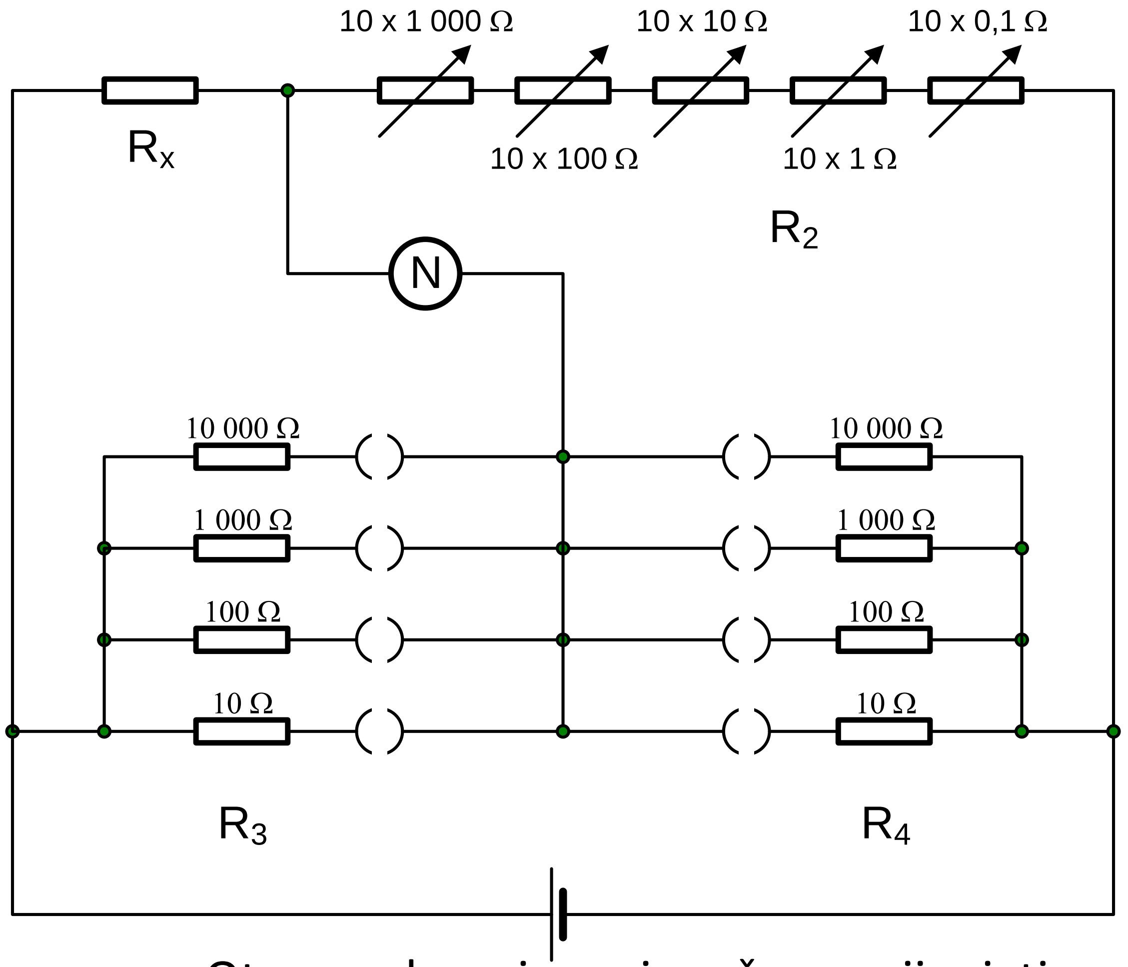
$$\left.\begin{aligned} R_1 I_1 &= R_3 I_3 \\ R_2 I_2 &= R_4 I_4 \\ I_1 &= I_2 \\ I_3 &= I_4 \end{aligned}\right\} \Longrightarrow R_1 = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

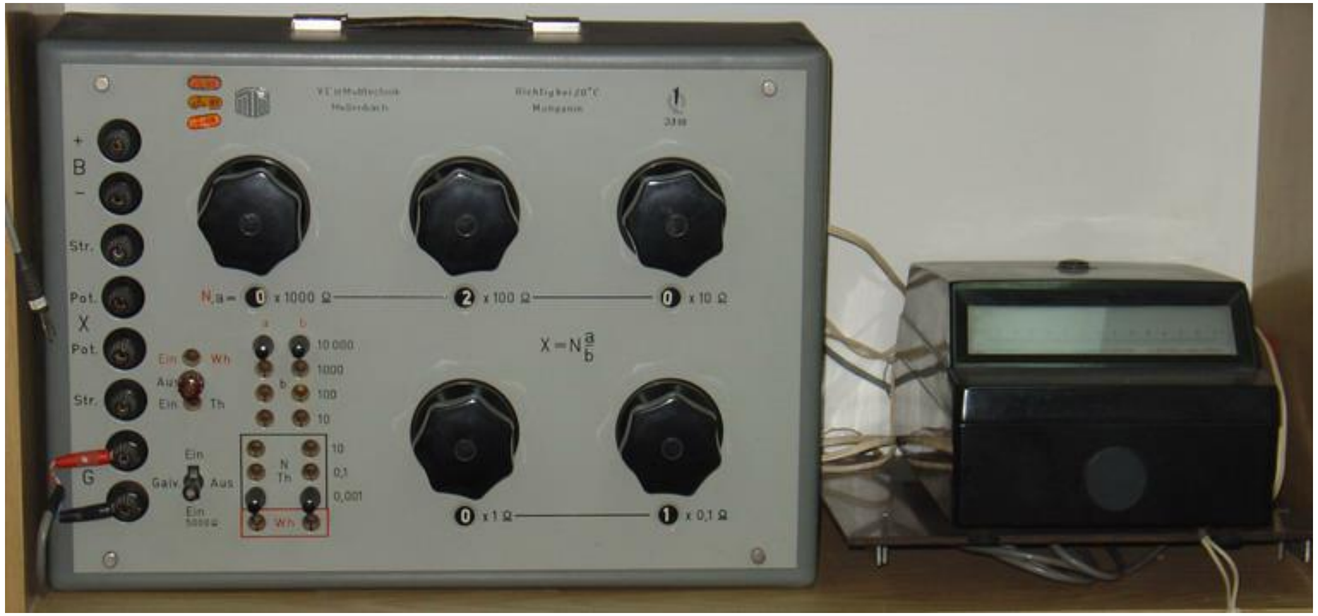


- Ravnoteža mosta se neće promijeniti ako zamjenimo priključke izvora napona i nulindikatora (izvor priključimo na tačke C i D, a nulindikator na tačke A i B)

Realizacije Wheatstone-ovog mosta

- **Wheatstone-ov most sa dekadnim otpornicima**



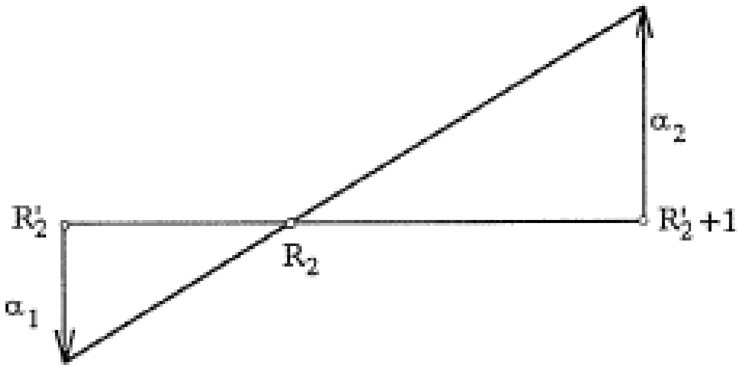


- Otpor u drugoj grani može se mijenjati samo u skokovima od 0.1 Ω pa nije uvijek moguće postići nulti otklon na osjetljivom nulindikatoru

Realizacije Wheatstone-ovog mosta

- Nulindikator će, npr., kod vrijednosti R_2' imati otklon α_1, na jednu stranu, a već kod prve sljedeće moguće vrijednosti $R_2'+1$ otklon α_2, na drugu stranu.
- Vrijednost R_2, pri kojoj bi se dobio nulti otklon može se redovno dovoljno tačno odrediti linearnom interpolacijom:

$$\frac{R_2 - R_2'}{\alpha_1} = \frac{R_2' + 1 - R_2}{\alpha_2} \quad \Rightarrow \quad R_2 = R_2' + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2}$$



Ili: $$R_2 = R_2' + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} 0.1$$ (ako najmanja moguća promjena otpora u drugoj grani iznosi 0.1)

Zadatak 4.2. Koliko iznosi otpor R_x mjeren Wheatstoneovim mostom sa dekadnim otpornicima u drugoj grani, ako je na nulindikatoru dobiven otklon α_1=-6,2 d.sk. kod otpora R_2=952 Ω, a pri otklonu nulindikatora α_2=+7,8 d.sk. kod R_2=953 Ω. U oba slučaja R_3=R_4=1000 Ω.

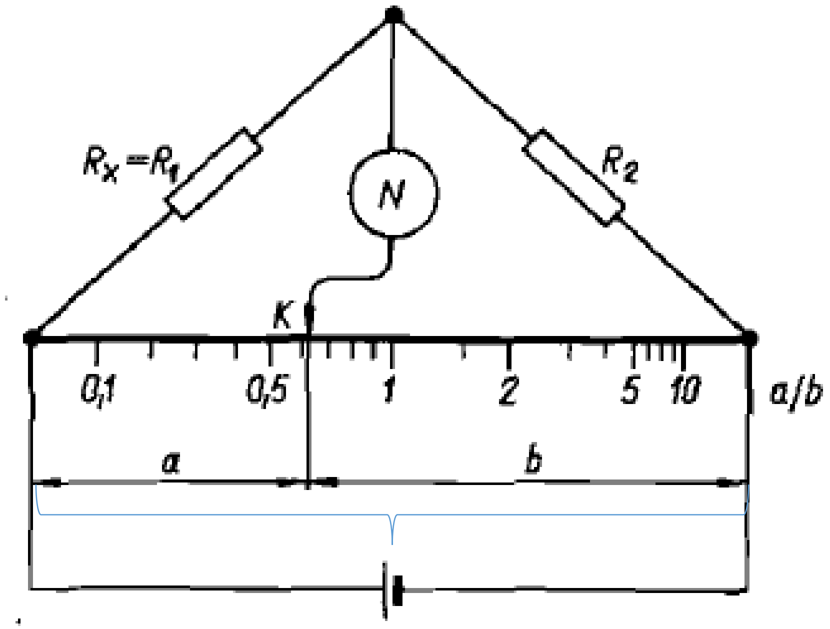
$$R_2 = R_2' + \frac{\alpha_1}{\alpha_1 + \alpha_2} = 952\Omega + \frac{6.2d.sk}{6.2d.sk + 7.8d.sk} = 952.443\Omega$$

Nepoznati otpor R_x može se odrediti iz izraza:

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} = 952,443\ \Omega$$

Realizacije Wheatstone-ovog mosta

- **Wheatstone-ov most sa kliznom žicom**



žica dužine l

U položaju ravnoteže (I_5=0) važi da je:

$$R_1 = R_2 \frac{a}{b} = R_2 \frac{l-b}{b}$$

- Ukupnu dužinu l klizne žice može se prethodno vrlo tačno odrediti pa se greška u određivanju dužine može zanemariti.

Realizacije Wheatstone-ovog mosta

- Zbog toga ostaje da samo prilikom određivanja dužine *b* dolazi do greške, pa će granice grešaka otpora R_1 koje uzrokuje netačno očitavanje, iznositi:

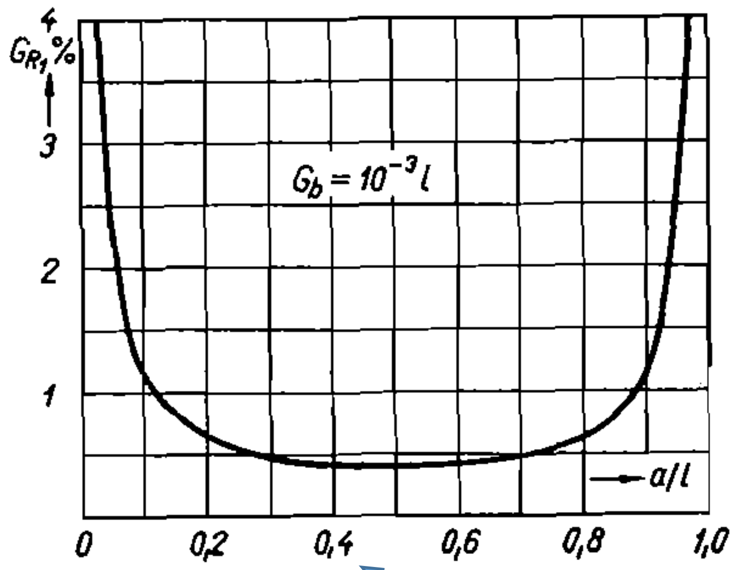
$$G_{R1} = \pm \frac{\partial R_1}{\partial b} G_b$$

$$G_{R1} = \mp R_2 \frac{l}{b^2} G_b$$

- odnosno relativne procentualne greške iznose:

$$G_{R1\%} = \frac{G_{R1}}{R_1} 100$$

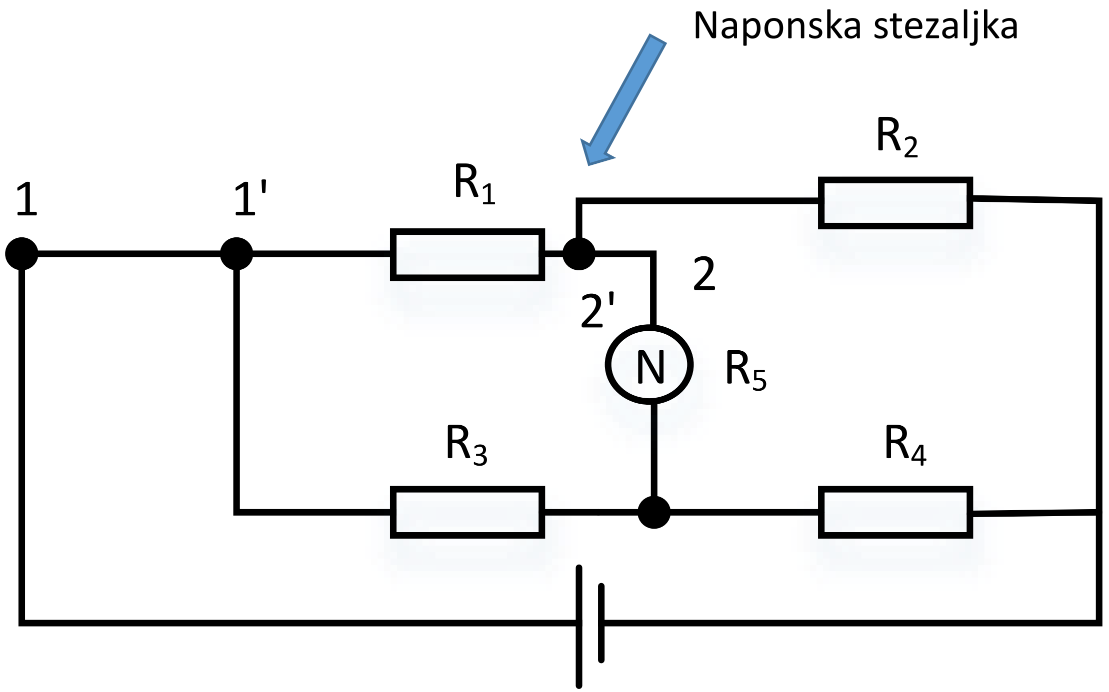
$$G_{R1\%} = \mp G_b \frac{a+b}{ab} 100$$



- Procentualne granice grešaka biće najmanje kada je $\frac{\partial(ab)}{\partial b} = 0$ tj. $b=l/2$

Realizacije Wheatstone-ovog mosta

- **Wheatstone-ov most sa kliznom žicom za mjerenje malih otpora**

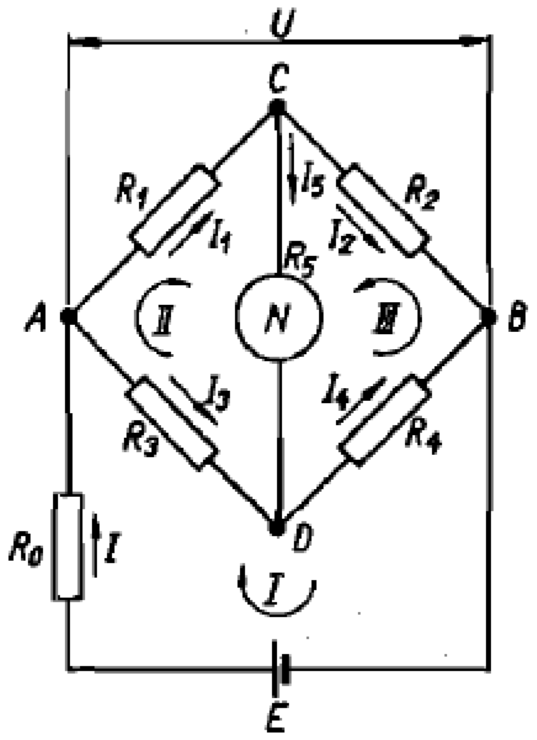


$$R_1 = R_2 \frac{R_3}{R_4}$$

- Ukoliko je mali napon osjetljivost je mala, a ukoliko je napon veliki otpornici mogu da pregore
- Ne može mjeriti otpore manje od 0.1Ω zbog greške koju izaziva otpor spojnih vodova i njihovih spojnih mjesta

Osjetljivost mosta

- Ukoliko želimo izmjeriti otpor R_1, a da pritom greške mjerenja ne budu u apsolutnom iznosu veće od ΔR_1 potrebno je postići zadovoljavajuću osjetljivost mosta.
- Da bismo razmotrili osjetljivost mosta potrebno je prvo izračunati struju I_5 kroz nulindikator:



$$IR_0 + I_3R_3 + I_4R_4 = E$$
$$I_1R_1 + I_5R_5 - I_3R_3 = 0$$
$$-I_2R_2 + I_5R_5 + I_4R_4 = 0$$

Iz čvorova A, C i D dobijamo:

$$I = I_3 + I_1$$
$$I_2 = I_1 - I_5$$
$$I_4 = I_5 + I_3$$

$$\longrightarrow$$

$$I_1R_0 + I_3(R_0 + R_3 + R_4) + I_5R_4 = E$$
$$I_1R_1 + I_5R_5 - I_3R_3 = 0$$
$$-I_1R_2 + I_5(R_5 + R_2 + R_4) + I_3R_4 = 0$$

Osjetljivost mosta

determinante sistema

$$I_5 = \frac{D_1}{D_S}$$

$$I_5 = \frac{\begin{vmatrix} R_0 & R_0 + R_3 + R_4 & E \\ R_1 & -R_3 & 0 \\ -R_2 & R_4 & 0 \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_0 & R_0 + R_3 + R_4 & R_4 \\ R_1 & -R_3 & R_5 \\ -R_2 & R_4 & R_5 + R_2 + R_4 \end{vmatrix}}$$

$$I_5 = \frac{E(R_2R_3 - R_1R_4)}{(R_1+R_2)[R_3R_4 + R_5(R_3+R_4)] + R_1R_2(R_3+R_4) + R_0[(R_1+R_3)(R_2+R_4+R_5) + R_5(R_2+R_4)]}$$

- U mjernoj praksi su zanimljiva 2 ekstremna slučaja:
- 1.slučaj $\boldsymbol{R_0=0}$

$$I_5 = \frac{E(R_2R_3 - R_1R_4)}{(R_1+R_2)[R_3R_4 + R_5(R_3+R_4)] + R_1R_2(R_3+R_4)}$$

- 2.slučaj $\boldsymbol{R_0 \to \infty}$ pa će ukupna struja mosta biti $I \approx \dfrac{E}{R_0}$

$$I_5 = \frac{I(R_2R_3 - R_1R_4)}{(R_1+R_3)(R_2+R_4+R_5) + R_5(R_2+R_4)}$$

Osjetljivost mosta

- Osjetljivost mosta S predstavlja odnos promjene struje I_5 nulindikatora i odgovarajuće promjene mjerenog otpora R_1:

$$A = R_2 R_3 \qquad B = R_3 R_4 + R_5(R_3 + R_4)$$

$$S = \frac{\partial I_5}{\partial R_1} = -E\,\frac{R_4[R_1(B+C+D) + R_2 B + R_3 D + F] + (A - R_1 R_4)(B+C+D)}{[R_1(B+C+D) + R_2 B + R_3 D + F]^2}$$

$$C = R_2(R_3 + R_4)$$

$$D = R_0(R_2 + R_4 + R_5) \qquad F = R_0 R_5 (R_2 + R_4)$$

- U blizini ravnoteže mosta gdje je $R_1 = R_{10} = \frac{R_2 R_3}{R_4} = \frac{A}{R_4}$ i za R_0=0 osjetljivost je:

$$S_0 = \left(\frac{\partial I_5}{\partial R_1}\right)_{R_1 = R_{10}} = \frac{-E R_4}{R_{10}(B+C) + R_2 B}$$

Mjerna nesigurnost mosta

- Sada je struja nulindikatora:

$$\Delta I_5 = S_0 \Delta R_1 = \frac{-ER_4 \Delta R_1}{R_{10}(B+C)+R_2 B}$$

$\Delta R_1 = R_1 - R_{10}$

- Relativno odstupanje mjerenog otpora od vrijednosti koja odgovara ravnoteži mosta:

$$\delta = \frac{\Delta R_1}{R_{10}} = \frac{\Delta I_5 [R_{10}(B+C)+R_2 B]}{-ER_4 R_{10}} = -\frac{\Delta I_5}{ER_4}[B+C+\frac{R_2 B}{R_{10}}]$$

- Uvrštavanjem vrijednosti za B, C i D (i izostavljanjem znaka -) dobija se:

$$\delta = \frac{\Delta I_5}{E}[R_{10}+R_2+R_3+R_4+R_5(\frac{R_{10}}{R_2}+2+\frac{R_2}{R_{10}})]$$

Prilagođenje mosta

Najmanje relativno odstupanje mjerenog otpora dobija se za $I_{5\min}$:

$$m = \frac{R_2}{R_{10}} \qquad n = \frac{R_3}{R_{10}} \qquad q = \frac{R_5}{R_{10}}$$

$$\delta_{\min} = \frac{I_{5\min}}{E} R_{10}[1 + m + n + mn + q(m + 2 + \frac{1}{m})]$$

Teorijski bi $\delta_{\min}$ imalo najmanju vrijednost za m=n=q=0 $\Longrightarrow$ $\delta_{\min} = \frac{I_{5\min}}{E} R_{10}$

Kada je zadat napon *U* na mostu i otpor nulinstrumenta $\delta_{\min}$ postaje:

$$\delta_{\min} = \frac{I_{5\min}}{U} R_{10}[1 + m + n + mn + q(m + 2 + \frac{1}{m})]$$

Treba odabrati što manje *n* (npr. $n \approx 0.1$ Ili $n \approx 0.01$), dok najprikladniju vrijednost za *m* dobijamo izvodom:

$$\frac{\partial \delta_{\min}}{\partial m} = \frac{I_{5\min}}{U} R_{10}[1 + n - q(\frac{1}{m^2} - 1)] = 0 \Longrightarrow m = \sqrt{\frac{q}{1 + n + q}}$$ ili $$R_2 = R_{10}\sqrt{\frac{R_5}{R_{10} + R_3 + R_5}}$$

Prilagođenje mosta

- Za najmanji još uočljivi otklon α_{min} potrebna je ista potrošnja snage za sve instrumente istog tipa, tj. najmanja struja I_{5min} koju možemo očitati zavisi od otpora R_5 instrumenta.

$$P_{5\min} = I_{5\min}^2 R_5 \Rightarrow I_{5\min} = \sqrt{\frac{P_{5\min}}{R_5}}$$

$$\delta_{\min} = \frac{\sqrt{\frac{P_{5\min}}{R_5}}}{E} R_{10}[1+m+n+mn+q(m+2+\frac{1}{m})]$$

$$\delta_{\min} = \frac{1}{E}\sqrt{\frac{P_{5\min}R_{10}}{q}}[1+m+n+mn+q(m+2+\frac{1}{m})]$$

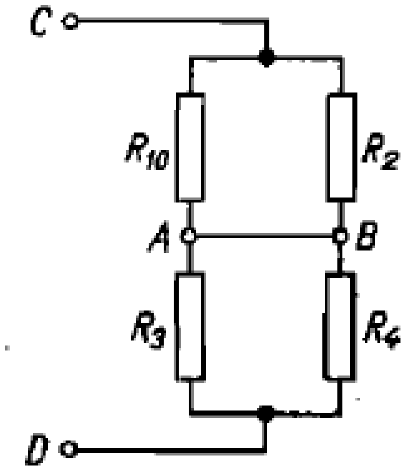
- Sada optimalnu vrijednost za q dobijamo kao:

$$\frac{\partial \delta_{\min}}{\partial q} = 0 \Rightarrow q = \frac{m(1+n)}{1+m}$$

Ne zavisi od otpora izvora napona

Prilagođenje mosta

$$q = \frac{m(1+n)}{1+m}$$

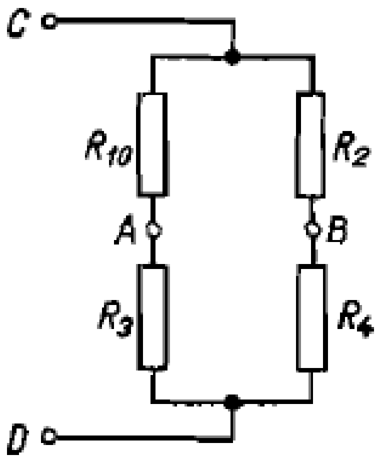


1.slučaj R_0=0 (krajevi A i B kratko spojeni)

$$R_{CD} = \frac{R_{10}R_2}{R_{10}+R_2} + \frac{R_3R_4}{R_3+R_4} = R_{10}\left[\frac{m}{m+1} + \frac{mn}{m+1}\right] = R_{10}q = R_5$$

2.slučaj R_0 -> ∞ (krajevi A i B - otvorena veza)

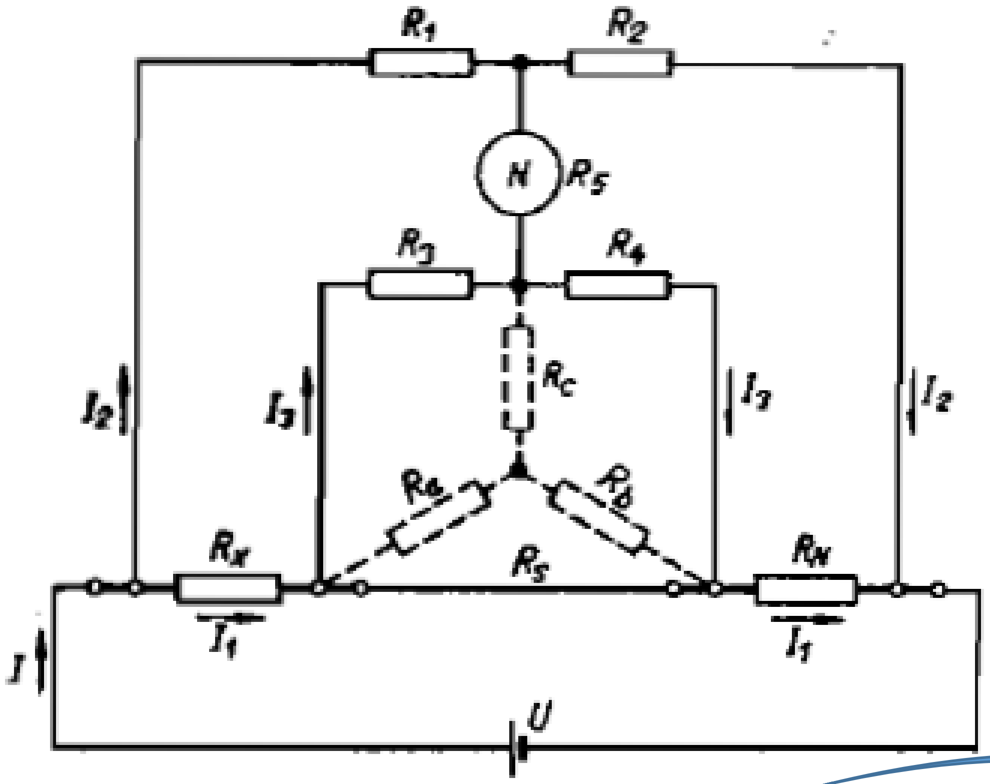
$$R_{CD} = \frac{(R_{10}+R_3)(R_2+R_4)}{R_{10}+R_3+R_4+R_2} = R_{10}\frac{m(n+1)}{m+1} = R_{10}q = R_5$$



Optimalni otpor nulindikatora upravo jednak otporu R_{CD} mosta.
Potrošač preuzima najveću moguću snagu iz izvora onda, kad je njegov otpor upravo jednak otporu izvora. Uvrštavanjem optimalnog otpora nulindikatora u izraz za $\delta_{\min}$ se dobija:

$$\delta_{\min} = \frac{2}{E}\sqrt{\frac{P_{5\min}R_{10}(1+m)(1+n)}{m}}(1+m)$$

Thomson-ov most



- Upotrebljava se za mjerenje malih otpora
- U stanju ravnoteže ne teče struja kroz galvanometar (I_5=0) pa važi:

$$I_2R_1 = I_1R_X + I_3R_3$$

$$I_2R_2 = I_1R_N + I_3R_4$$

$$I_3 = I_1\frac{R_5}{R_3 + R_4 + R_5}$$

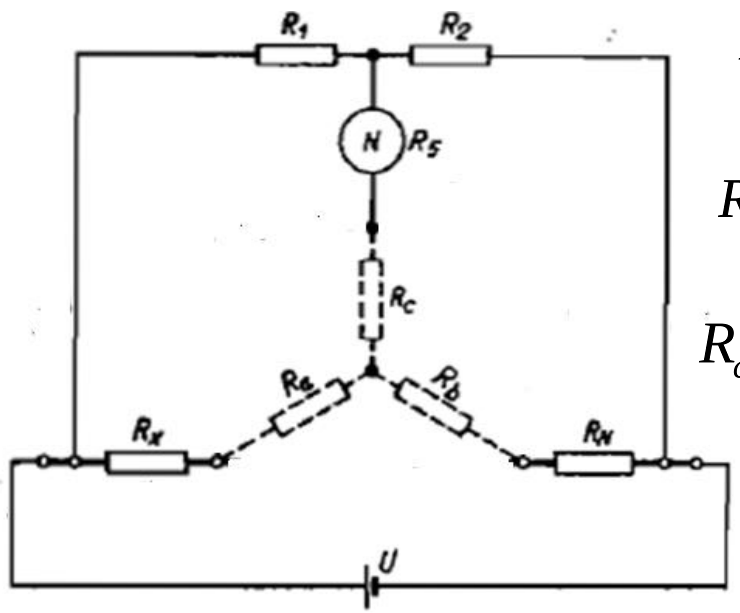
$$R_X = R_N\frac{R_1}{R_2} + \frac{R_4R_5}{R_3 + R_4 + R_5}\left(\frac{R_1}{R_2} - \frac{R_3}{R_4}\right)$$

Kada je $\frac{R_1}{R_2} = \frac{R_3}{R_4} = n$

$$R_X = R_N\frac{R_1}{R_2} = R_N n$$

Thomson-ov most

- Da bismo našli mjernu nesigurnost Thomson-ovog mosta pretvaramo ga u Wheatstoneov (pretvaranjem trougla u zvijezdu)



$$R_a = \frac{R_3 R_5}{R_3 + R_4 + R_5}$$

$$R_b = \frac{R_4 R_5}{R_3 + R_4 + R_5}$$

$$R_c = \frac{R_4 R_3}{R_3 + R_4 + R_5}$$

uvrstimo u izraz za mjernu nesigurnost Wheatstone-ovog mosta uz R_0=0, δ= δ_{min}, $\Delta I_5 = I_{5min}$, pa dobijamo za Thomson-ov most:

$$\delta_{\min} = \frac{I_{5\min}}{U}[R_x + R_a + R_b + R_N + R_1 + R_2 + (R_c + R_5)(\frac{R_1}{R_2} + 2 + \frac{R_2}{R_1})]$$

Ako važi da je $R_x, R_a, R_b, R_N << R_1, R_2$

$$\delta_{\min} = \frac{I_{5\min}}{U}[R_1 + R_2 + (R_c + R_5)(\frac{R_1^2 + 2R_2R_1 + R_2^2}{R_2 R_1})]$$

$$\delta_{\min} = \frac{I_{5\min}}{U}(R_1 + R_2)[1 + (R_c + R_5)\frac{R_1 + R_2}{R_2 R_1}]$$

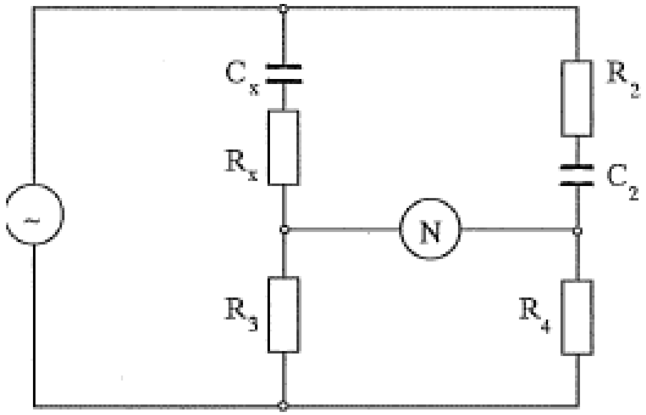
Ako važi da je $R_1 = R_3, R_2 = R_4$

$$\delta_{\min} = \frac{I_{5\min}}{U}(R_1 + R_2)[2 + R_5 \frac{R_1 + R_2}{R_2 R_1}]$$

$$U \approx I_1(R_x + R_N + R_5)$$

Wienov most za mjerenje kapacitivnosti

Zadatak 8.2. Koliko iznosi kapacitet i faktor gubitaka kondenzatora, ako je ravnoteža Wienovog mosta prema slici postignuta pri: C_2=0,040 μF, R_2=12,2 Ω, R_3=600 Ω, R_4=1200 Ω, a frekvencija izvora f=1000 Hz.



Ravnoteža mosta postiže se pri:

$$\underline{z}_1 \underline{z}_4 = \underline{z}_2 \underline{z}_3$$

$$\underline{z}_1 = R_x + \frac{1}{j\omega C_x}$$

$$\underline{z}_2 = R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}$$

$$\underline{z}_3 = R_3$$

$$\underline{z}_4 = R_4$$

Uslov ravnoteže postignut je za:

$$\left(R_2 + \frac{1}{j\omega C_2}\right) R_3 = \left(R_x + \frac{1}{j\omega C_x}\right) R_4$$

$$C_x = C_2 \frac{R_4}{R_3} = 0{,}08 \ \mu F$$

$$R_x = R_2 \frac{R_3}{R_4} = 6{,}1 \ \Omega$$

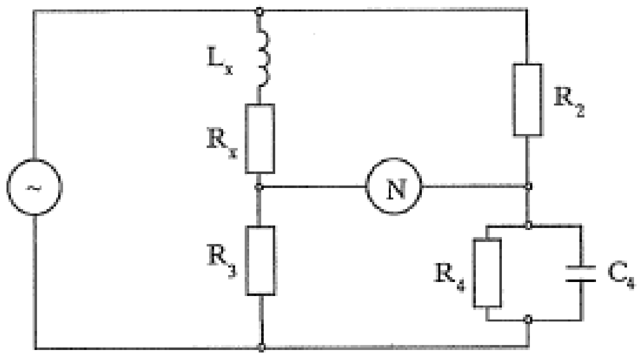
Tangens ugla gubitaka mjerenog kondenzatora iznosi:

$$\mathrm{tg}\delta = \omega R_x C_x$$

$$\mathrm{tg}\delta = 0{,}00306$$

Maxwell-ov most za mjerenje induktiviteta

Zadatak 9.2. Maxwellov most prema slici za mjerenje induktiviteta kalema je u ravnoteži kada je: R_2=1000 Ω, R_3=1000 Ω, R_4=2·10^5 Ω, C_4=5·10^{-9} F, a frekvencija izvora napajanja f=1000 Hz. Kolika je vrijednost induktiviteta L_x, otpora R_x i faktora dobrote Q kalema.



Ravnoteža mosta postiže se kada je zadovoljen uslov:

$$\underline{z}_1 \underline{z}_4 = \underline{z}_2 \underline{z}_3$$

$$\underline{z}_1 = R_x + j\omega Lx$$

$$\underline{z}_2 = R_2$$

$$\underline{z}_3 = R_3$$

$$\underline{z}_4 = \frac{R_4}{1 + j\omega C_4 R_4}$$

$$(R_x + j\omega L_x)\frac{R_4}{1 + j\omega C_4 R_4} = R_2 R_3$$

$$R_x R_4 + j\omega L_x R_4 = R_2 R_3 + j\omega C_4 R_2 R_3 R_4$$

Odvajanjem realnih i imaginarnih komponenti dobijamo:

$$R_x = \frac{R_2 R_3}{R_4}$$

$$R_x = 5\ \Omega$$

$$L_x = C_4 R_2 R_3$$

$$L_x = 5\ mH$$

- Faktor dobrote Q mjerenog kalema je

$$Q = \frac{\omega L_x}{R_x} = 6,28$$

Kompenzatori za jednosmjernu struju

Poznati pad napona koji služi za kompenzaciju mjerenog napona može se postići pomoću:

1. potenciometarskog postupka (Poggendorf 1841.godine)
2. ampermetarskog postupka (Lindeck-Rotheu 1899.godine)

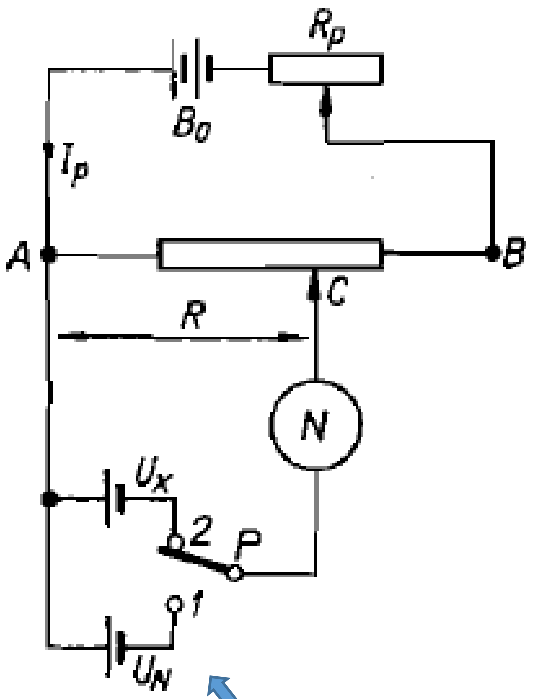
Pomoćna struja I_p se obično podešava na 0.1A ili 0.001A

U položaju 1 $R=R_1$:

$$U_N = I_p R_1 \longrightarrow I_p = \frac{U_N}{R_1}$$

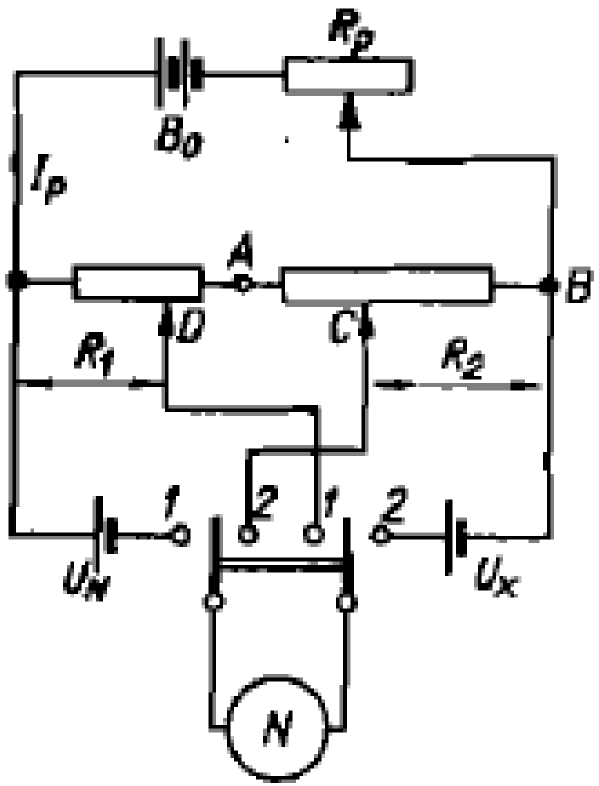
U položaju 2 $R=R_2$:

$$U_x = I_p R_2 \longrightarrow U_x = \frac{U_N}{R_1} R_2$$



Etalon napona U_N=1.01865V

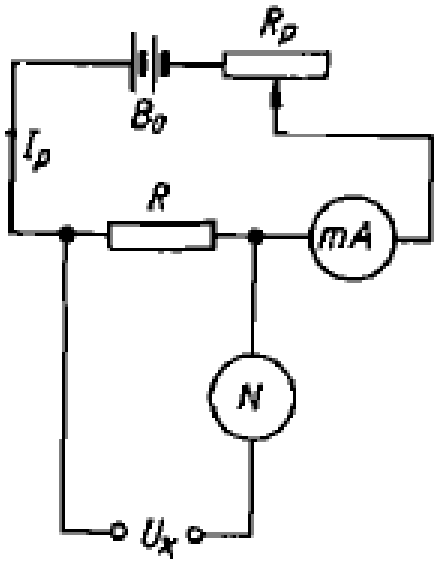
Kompenzatori za jednosmjernu struju



- Za određivanje mjerenog napona nije potrebno poznavanje pomoćne struje,ali je bitno da se ta struja nije promjenila za vrijeme mjerenja napona *U*x.
- Da bismo postigli konstantnost pomoćne struje i da ne moramo svaki put vraćati klizač C na položaj koji tačno odgovara vrijednosti R_1 koristimo pomoćnu bateriju, temperaturne nezavisne otpornike u pomoćnom krugu i dobre kontakt na klizačima i prekidačima otpornika.

Kompenzatori za jednosmjernu struju

- Ampermetarski postupak

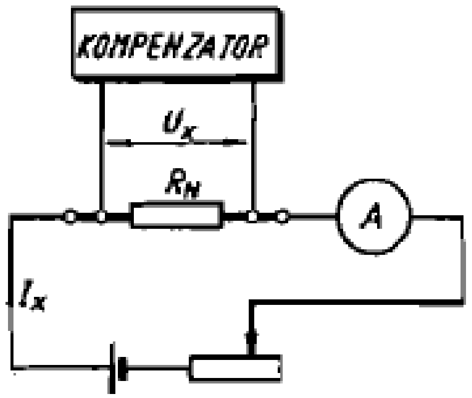


Za kompenzaciju mjerenog napona se koristi pad napona koji izaziva promjenljiva pomoćna struja I_p na fiksnom otporu R. Podešavanjem R_p se postiže da nulindikator ostane bez otklona i tada je:

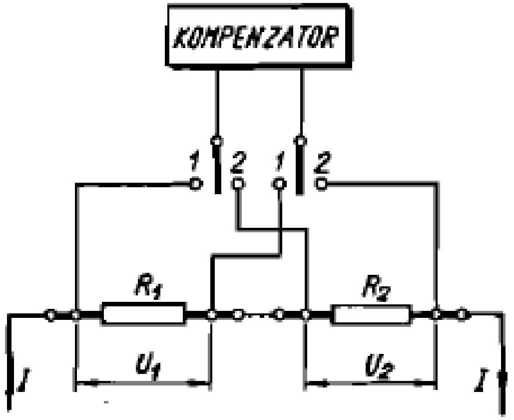
$$U_x = I_p R$$

Mjereni napon je direktno proporcionalan pomoćnoj struju pa je tačnost mjerenja ograničena tačnošću upotrebljenog ampermetra.

Mjerenje struje i otpora pomoću kompenzatora



Mjerenje struje pomoću kompenzatora



Mjerenje otpora pomoću kompenzatora

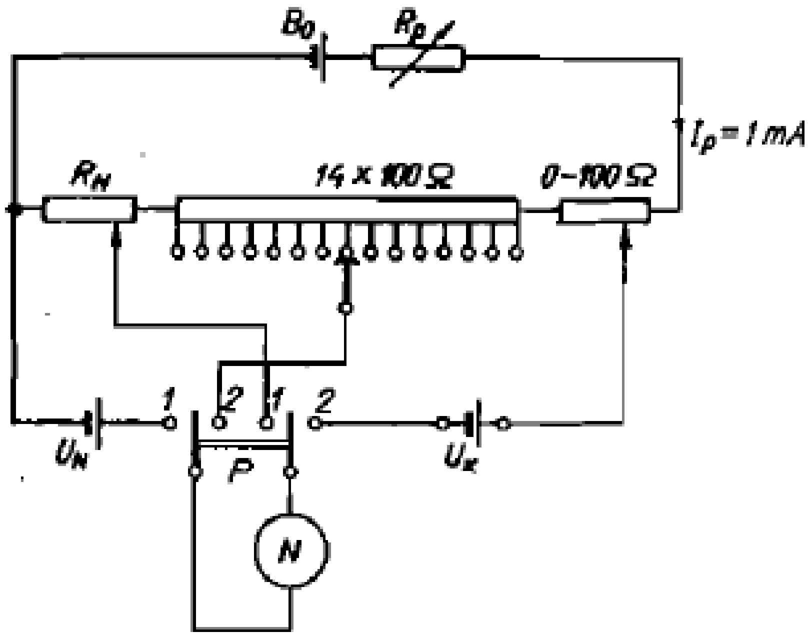
Pomoću kompenzatora se mjeri pad napona U_X koji izaziva nepoznata struja I_X na poznatom otporu R_N:

$$I_X = \frac{U_X}{R_N}$$

Pomoću kompenzatora se mjeri pad napona U_2 na nepoznatom otporu i pad napona U_1 na poznatom otporu :

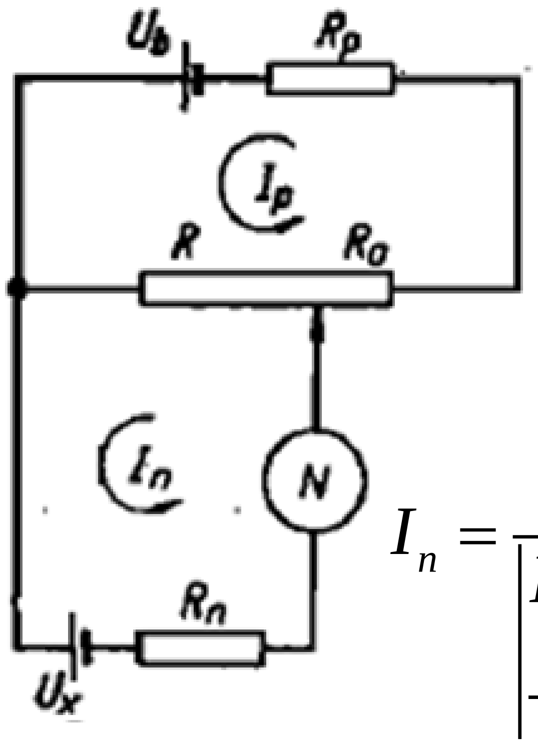
$$R_2 = R_1 \frac{U_2}{U_1}$$

Precizni kompenzatori



- Pomoću kompenzatora s potenciometrom izvedenim u obliku klizne žice ili kliznog otpornika ne može se postići visoka tačnost jer zbog nesavršenosti klizne žice i kliznih spojeva nije moguće precizno odrediti vrijednosti kompenzatorskog otpora.
- Bolji su kompenzatori kojima se redno za kliznu žicu veže precizni dekadni otpornik s prekidačem.
- Ukoliko želimo povećati tačnost, moramo povećati broj dekanih otpornika i izbjeći upotrebu klizne žice.

Osjetljivost nulindikatora



$$I_p(R_p + R + R_0) - I_n R = U_b$$

$$-I_p R + I_n(R + R_n) = -U_x$$

Struju nulindikatora dobijamo:

$$I_n = \frac{\begin{vmatrix} R_p + R + R_0 & U_b \\ -R & -U_x \end{vmatrix}}{\begin{vmatrix} R_p + R + R_0 & -R \\ -R & R + R_n \end{vmatrix}} = \frac{-U_x(R_p + R + R_0) + U_b R}{R(R_p + R_0) + R_n(R_p + R + R_0)}$$

Promjene napona U_x za $\pm\Delta U_x$ izazivaju u blizini položaja ravnoteže dobro uočljive otklone nulindikatora koje možemo odrediti ako poznajemo struju nulindikatora:

Osjetljivost nulindikatora

Kroz nulindikator neće teći struja (I_n=0) ako je: $-U_x(R_p + R + R_0) + U_b R = 0$

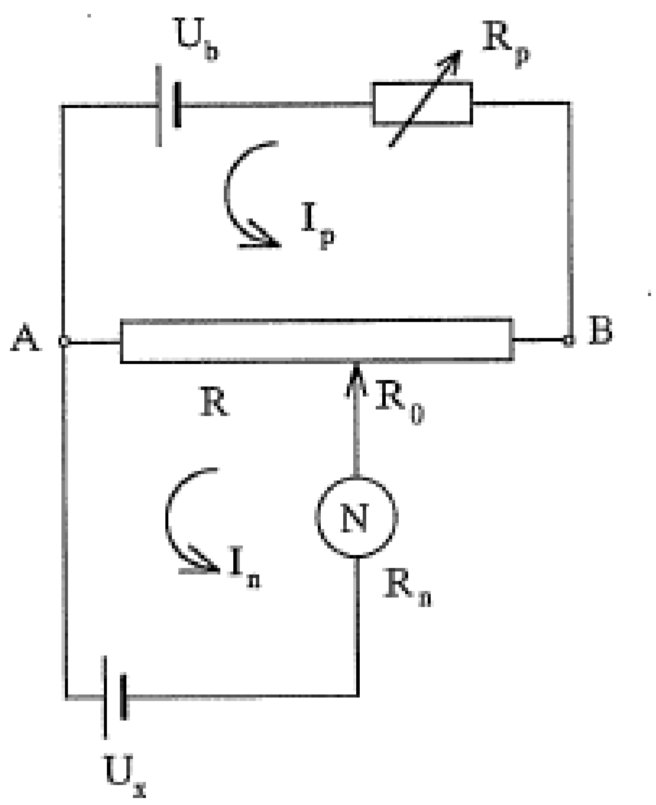
$$U_x = I_p R$$

Struju koja će proteći kroz nulindikator ako se malo poremeti ravnoteža zbog promjene bilo kojeg parametra kruga, može se odrediti diferenciranjem izraza za struju I_n. Tako će promjena mjerenog napona U_x za ΔU_x izazvati struju nulindikatora:

$$\Delta I_n = \left(\frac{\partial I_n}{\partial U_x}\right)_0 \Delta U_X = \frac{-\Delta U_X (R_p + R + R_0)}{R(R_p + R_0) + R_n(R_p + R + R_0)}$$

Primjer

Zadatak 5.2. Na slici je prikazan osnovni spoj kompenzatora. Struja u pomoćnom kolu kompenzatora iznosi 1 mA, a otpor pomoćnog kola je 4000 Ω. Koju strujnu konstantu mora imati nulindikator, ako se želi da pri mjerenju napona 0,8 V mjerna nesigurnost zbog neosjetljivosti iznosi 0,1 %? Otpor nulindikatora iznosi 200 Ω, a unutrašnji otpor mjerenog izvora može se zanemariti. Na nulindikatoru može se uočiti deseti dio jednog dijela skale.



Uz oznake prema slici, pomoću Kirchoffovih zakona za donju i gornju konturu, dobijamo:

$$I_p(R_p+R+R_0)-I_n\cdot R=U_b$$

$$-I_pR+I_n(R+R_n)=-U_x$$

Rješavanjem gornjih jednačina dobijamo izraz za struju nulindikatora:

$$I_n=\frac{U_b\cdot R-U_x(R_p+R+R_0)}{R(R_p+R_0)+R_n(R_p+R+R_0)} \qquad (1)$$

Primjer-nastavak

Kompenzator je u ravnoteži (I_n=0) za:

$$U_b \cdot R = U_x (R_p + R + R_0)$$

Ako se malo poremeti ravnoteža zbog promjene mjerenog napona U_x za ΔU_x, struja koja će tada proteći kroz nulindikator dobija se diferenciranjem izraza (1) po U_x:

$$\Delta I_{n\min} = \left(\frac{\partial I_n}{\partial U_x}\right)_0 \Delta U_x = -\frac{(R_p + R + R_0)\Delta U_x}{R(R_p + R_0) + R_n(R_p + R + R_0)}$$

Kada je kompenzator uravnotežen za U_x=0,8 V vrijedi:

$$U_x = I_p \cdot R \quad \Rightarrow \quad R = \frac{U_x}{I_p} = 800\ \Omega$$

Prema zadatim podacima:

$$R_p + R + R_0 = 4000\ \Omega$$

$$R_p + R_0 = 3200\ \Omega$$

Relativna mjerna nesigurnost zbog neosjetljivosti definisana je odnosom minimalne promjene napona ΔU_x koja se još može uočiti na nulindikatoru i mjerenog napona U_x:

$$\delta_{\min} = \frac{\Delta U_x}{U_x} \quad \Rightarrow \quad \Delta U_x = \delta_{\min} \cdot U_x = 0{,}8\ \mathrm{mV}$$

Prema zadatim podacima nulindikator reaguje na promjenu napona ΔU_x sa otklonom od 1/10 d.sk:

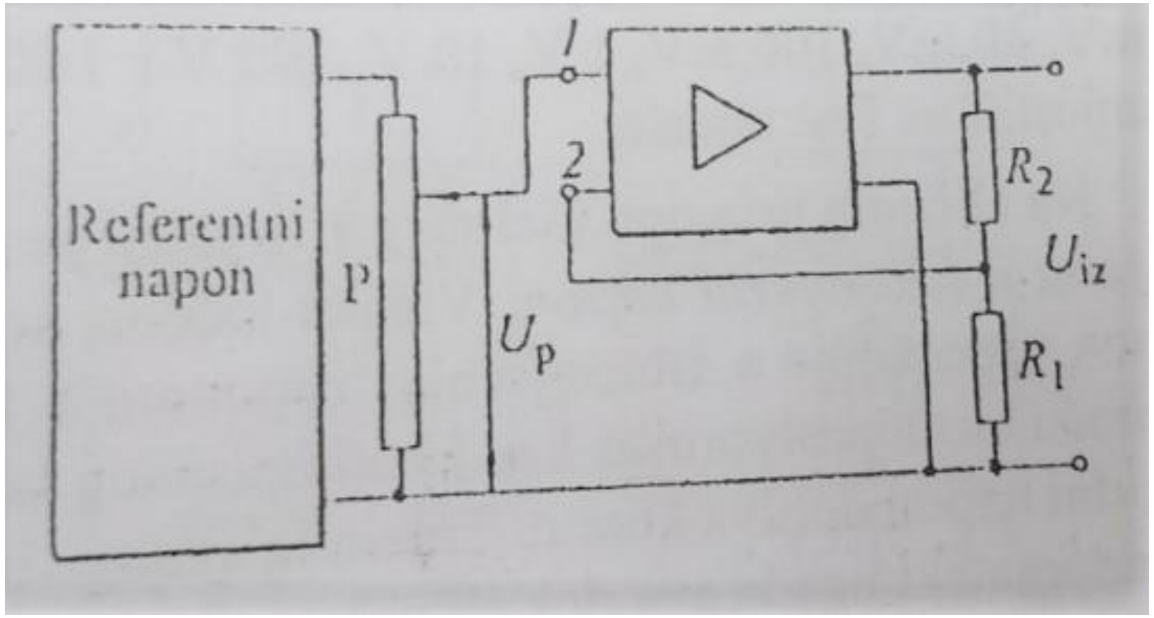
$$\Delta I_{n\min} = \frac{C_i}{10}$$

odakle je strujna konstanta nulindikatora

$$C_i = 10 \cdot \Delta I_{n\min} = 9{,}52 \cdot 10^{-6}\ A/d.sk.$$

Kalibrator jednosmjernog napona

Kalibratori – veoma precizni kompenzatori



$$U_{iz} = U_p \frac{R_2 + R_1}{R_1} = U_p n$$

n je obično 1, 10, 100 i 1000

Kompenzator za naizmjeničnu struju

- Razlika u odnosu na kompenzatore za jednosmjernu struju - za postizanje ravnoteže mjerni i kompenzacioni napon treba da se izjednače po veličini, faznom pomaku i frekvenciji

- Kod naizmjenične struje ne postoji odgovarajući etalon napona

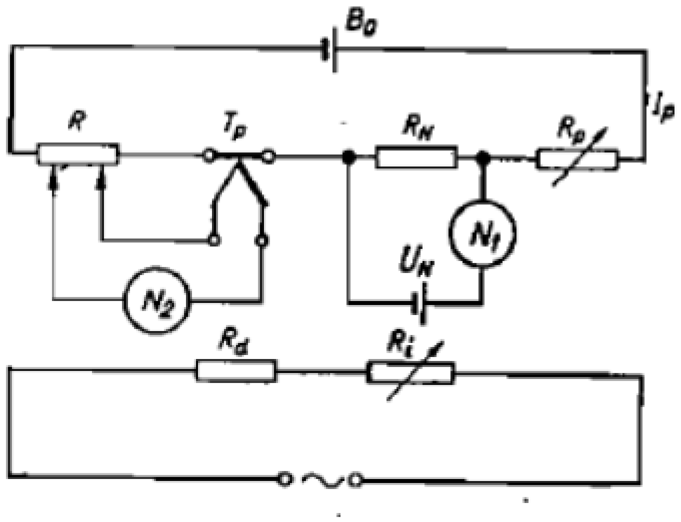
- Tačnost se može ostvariti samo pri utvrđivanju ***odnosa*** veličina mjerenog i kompenzacionog napona, te njihovog međusobnog faznog pomaka, dok se određivanje veličine mjerenog napona oslanja na pokazivanje mjernog instruments s kojim se namješta pomoćna struja kompenzatora

- Naizmjenične veličine možemo mjeriti gotovo istom tačnošću kao i jednosmjerne napone, ako pomoću pouzdanih pretvarača izvršimo pretvaranje naizmjeničnih veličina u jednosmjerne

- Za tu svrhu najčešće se upotrebljavaju **termopretvarači**

Kompenzator za naizmjeničnu struju

- Jednosmjerni napon termopretvarača je srazmjeran je snazi I^2R potrošenoj za grijanje ogrijevne žice, pa se dobijaju **iste** vrijednosti tog napona bilo da grijemo žicu **jednosmjernom** ili **naizmjeničnom** strujom ako se njihove **efektivne** vrijednosti ne razlikuju.
- Takvo svojstvo termopretvarača omogućava vrlo precizno mjerenje naizmjeničnih veličina pomoću jednosmjernih mjernih metoda.



Naizmjenični kompenzator sa termopretvaračem:baždarenje jednosmjernom strujom

Kompenzator za naizmjeničnu struju

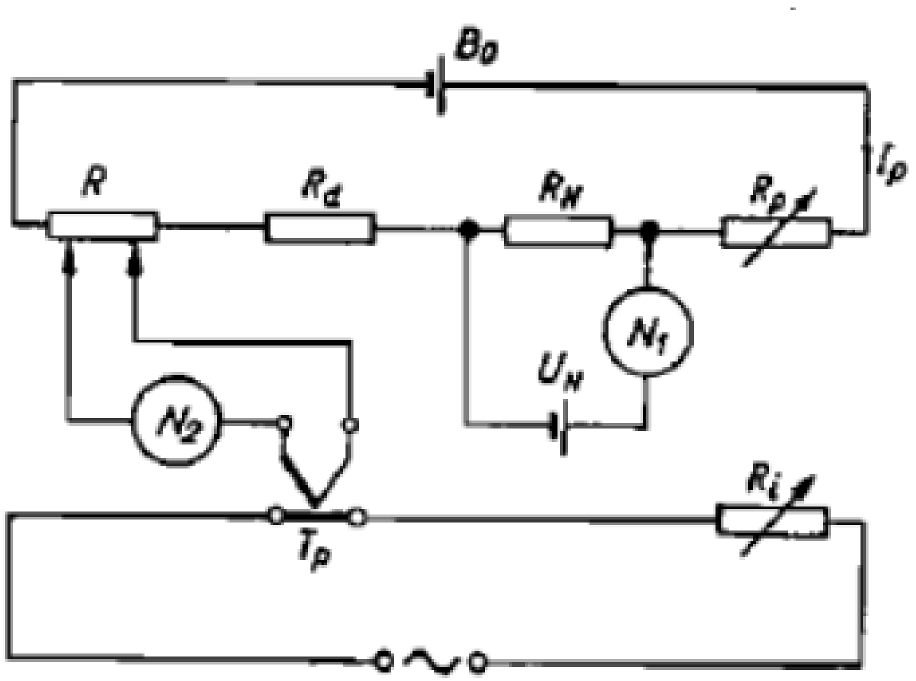
- U pomoćnom jednosmjernom kompenzacionom krugu podešava se struja I_p, otporom R_p, na određenu vrijednost, gdje je pad napona na otporu R_N, jednak naponu U_N, etalonskog elementa.

$$U_N = I_p R_N$$

- Za pomoćnu struju I_p, obično se odabere **10 mA**

- Podešavanjem otpora R_p postižemo da je N_1=0, dok podešavanjem otpora R i izjednačavanje njegovog napona sa naponom termopretvarača postižemo da je N_2=0.

Kompenzator za naizmjeničnu struju



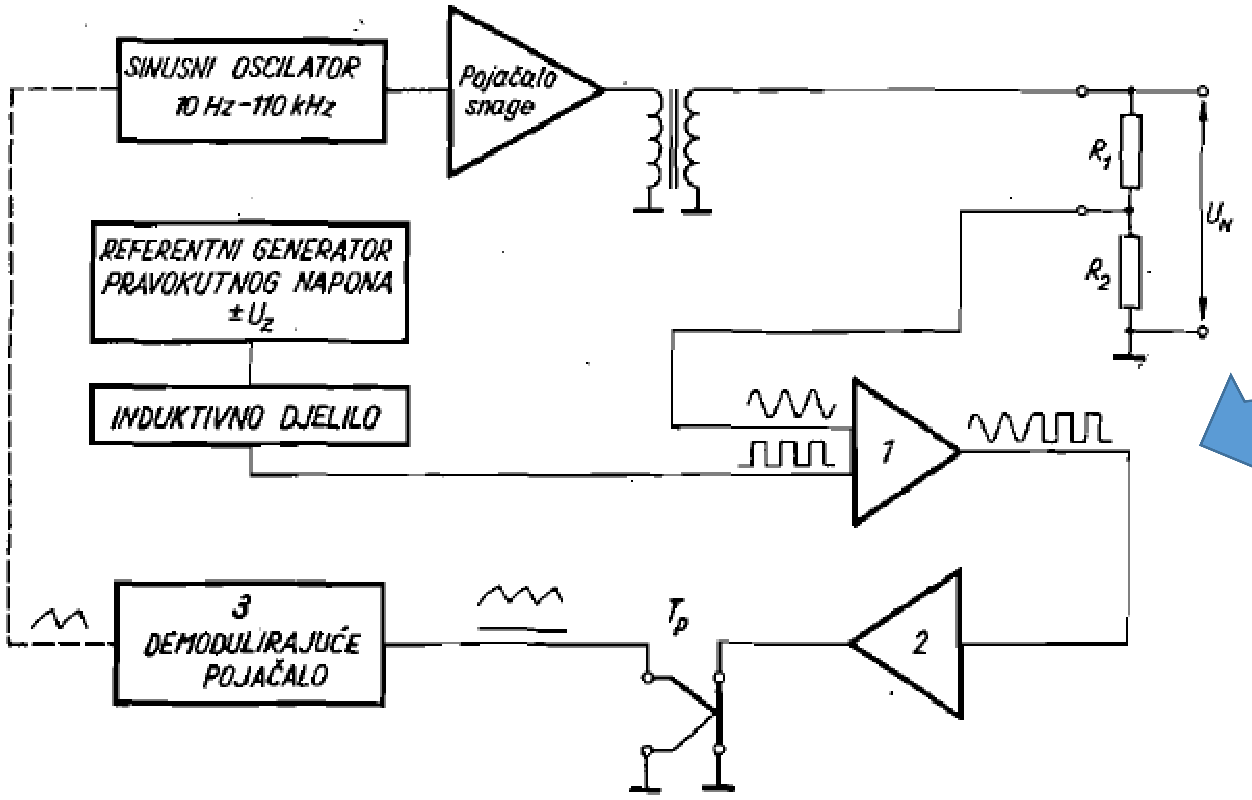
Naizmjenični kompenzator sa termopretvaračem:
Mjerenje naizmjeničnog napona

- Podešavanjem otpora R postižemo da je N_2=0.
- Struja I_p ostaje nepromjenjena
- Ista efektivna vrijednost struje u naizmjeničnom kolu grije ogrijevnu žicu:

$$U_X = I_p(R_d + R_i)$$

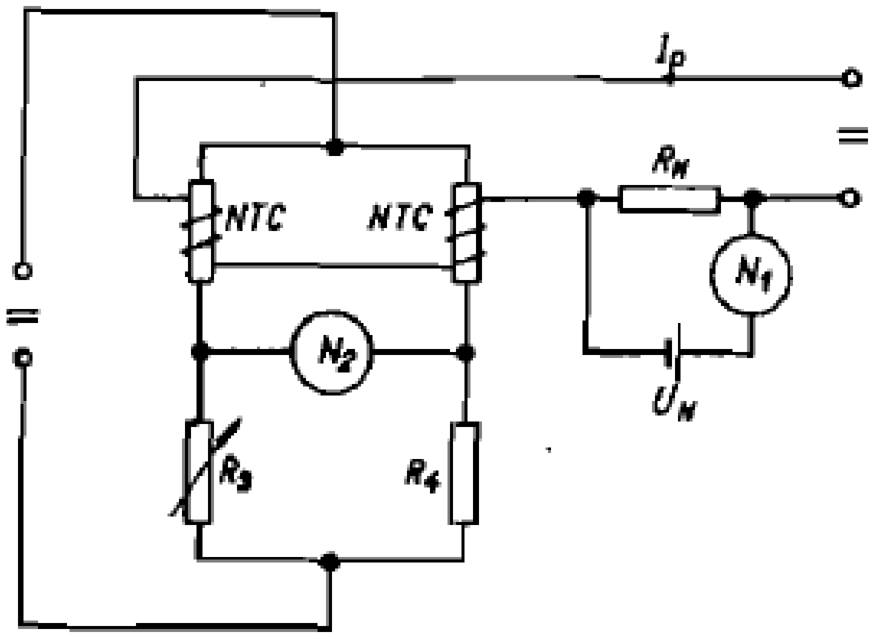
- Kroz ogrijevnu žicu prolazi naizmjenična struja

Kalibrator naizmjenične struje



Elektronski prekidač – propušta čas sinusoidu, čas četvrtasti napon, nekoliko puta u sekundi

Kalibrator sa NTC otpornicima



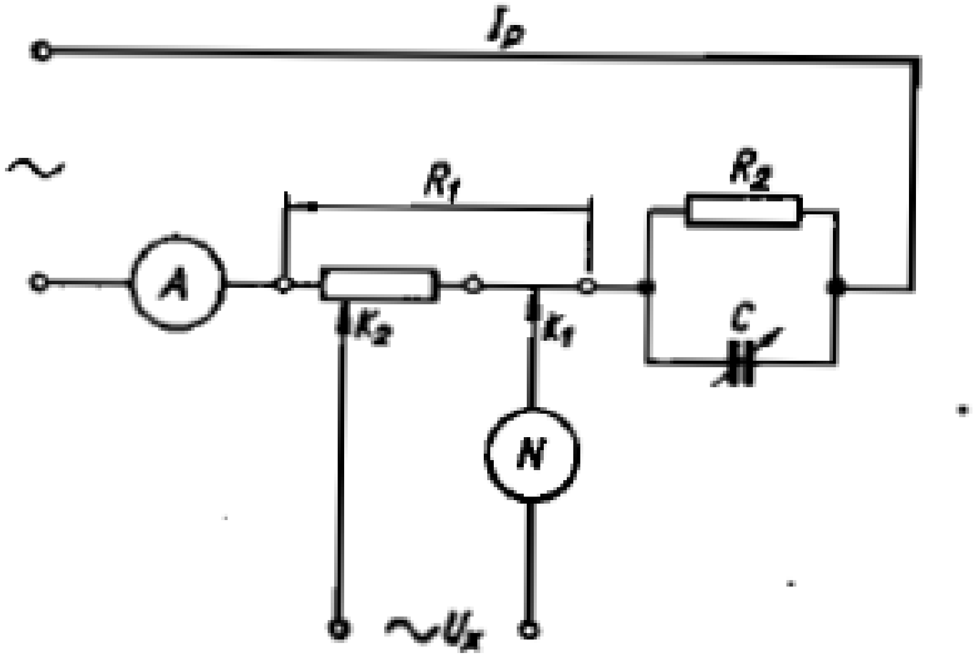
- Umjesto termpopretvača koriste NTC otpornike obmotane ogrijevnom žicom

- Dva takva otpornika čine grane Wheatstone-ovog mosta, a kroz njihove ogrjevne žice teče ista jednosmjerna struja I_p, podešena pomoću etalonskog elementa napona U_N, preciznog otpornika otpora R_N i nulindikatora N_1.

$$I_p = \frac{U_N}{R_N}$$

Podešavanjem R_3 dobijamo N_2=0

Kompleksni naizmjenični kompenzatori



Kompleksni naizmjenični kompenzator za male fazne pomake

Impedansa je:

$$Z = R_1 + \frac{R_2}{1 + j\omega C R_2} = R_1 + \frac{R_2(1 - j\omega C R_2)}{1 + \omega^2 C^2 R_2^2}$$

$$= \frac{R_1(1 + \omega^2 C^2 R_2^2) + R_2}{1 + \omega^2 C^2 R_2^2} - \frac{j\omega C R_2}{1 + \omega^2 C^2 R_2^2}$$

Fazni ugao je: $$tg\varphi = \frac{\omega C R_2}{R_1(1 + \omega^2 C^2 R_2^2) + R_2}$$

Obzirom da je kompenzator za male fazne pomake važi da je

$$\omega^2 C^2 R_2^2 \ll R_1 + R_2 \quad \Longrightarrow \quad tg\varphi = \frac{\omega C R_2}{R_1 + R_2}$$

Kad se postigne ravnoteža, pad napona između klazača K_1 i K_2 jednak je mjerenom naponu Ux:

$$U_x = I_p R$$